

基于三角级数的直方图拟合多目标图像分割

冯涛¹⁾ 方建安²⁾ 刘其真³⁾

¹⁾(上海第二工业大学,上海 200041) ²⁾(东华大学,上海 201620) ³⁾(复旦大学计算机科学与工程系,上海 200433)

摘要 针对灰度图像多层分割如何选取多目标图像分割的准确阈值这一难点问题,提出了一种利用三角级数来对直方图包络线进行拟合,首先把直方图包络线逼近问题转化为求解三角级数的问题,再通过计算拟合函数的拐点来得到用于多目标图像分割的最优阈值的方法。实验结果表明,该方法是求解多峰值直方图图像的最优分割阈值的有效手段。

关键词 三角级数 直方图逼近 函数拐点 最优阈值

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2007)10-1849-04

Image Segmentation Based on Histogram Simulation by Use of Trigonometric Series

FENG Tao¹⁾, FANG Jian-an²⁾, LIU Qi-zhen³⁾

¹⁾(Shanghai Second Polytechnic University, Shanghai 200041) ²⁾(Donghua University, Shanghai 201620)

³⁾(Computer Science and Engineering Department, Fudan University, Shanghai 200433)

Abstract It is difficult to obtain the accurate segmentation threshold for image. This paper uses the trigonometric series to approximate the histogram and analyzes the fitted curve of the histogram. The problem of the optimal threshold has been solved by estimating the parameters of the inflexion of the curve which approximated the histogram. The experimental result shows that this method is effective in calculating the optimal segmentation threshold of an image.

Keywords trigonometric series, histogram approximation, function inflexion, optimal threshold

1 引言

由于图像灰度直方图所反映的信息是图像中固有的语法信息,不随观察角度变化而变化,所以基于图像灰度统计信息的直方图阈值分割方法是一个比较常用的图像区域分割技术^[1]。

一种最常用的阈值选取方法是模式方法(mode method),即简单地选取直方图峰值间的极小值点(俗称谷点)作为分割阈值。但是,在现实世界中,图像中各类目标的灰度分布常常交混在一起,目标成分间界限不清,因为有些成分的灰度峰值和分布规律并不明显。在此情况下,若采用传统的谷点方法,则根本无法找到目标类别灰度分布间正确的谷

点阈值。如图1所示,该图中的包络曲线是某个图像的灰度直方图,图像中实际有5种不同模式对象的灰度分布,分别对应图1中的A、B、C、D、E曲线,因此,可以认为该包络曲线由图中的A、B、C、D、E 5个分布曲线叠加而成,显然,很难用“谷点”法在该图中找出正确的分割阈值,将曲线B与C,曲线C与D以及曲线D与E等分割开。

为此,人们提出了多种适用于图像灰度分布交混和峰值分布规律不明显情况下,自动找出最优分割阈值的方法,例如直方图模糊约束聚类自适应多阈值图像分割方法^[2]、多项式拟合的方法以及基于期望值最大化的高斯函数拟合(expectation maximization, EM)方法^[3]等。其中模糊约束方法是先通过对模糊约束直方图目标函数进行优化来获得一个最佳模糊约束

收稿日期:2007-05-30;改回日期:2007-07-01

第一作者简介:冯涛(1975 ~)男,2006年获东华大学工学硕士学位,现为上海第二工业大学讲师。主要研究方向为电子与通信技术、图像处理与模式识别。E-mail: fengtao8@citiz.net

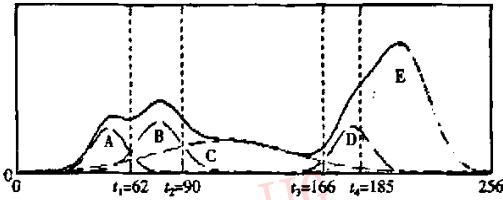


图1 直方图示例

Fig. 1 An example of histogram

C-划分;然后根据最大隶属度原则进行图像多阈值化,此方法的不足之处是,在多个目标之间像素灰度差别较小的情况下,会产生隶属度不清和约束条件难选择的情况,不仅算法较复杂,而且运算速度受非线性迭代次数的影响较大;多项式拟合的方法虽然比较简单,但是该方法对图像的直方图包络线所进行的拟合精度欠佳,往往会造成曲线整体逼近效果不理想;而利用高斯函数进行拟合的缺点是不适用于那些直方图包络线呈非高斯分布的区间,因为其在非高斯分布的区间中会产生较大的误差^[4-6]。

本文提出了一种通过用三角级数进行直方图曲线拟合来求出图像分割阈值的方法,由于用三角级数拟合出来的曲线逼近性好,所以通过对拟合出来的曲线进行处理后所得到的分割阈值比较合理,该方法能针对不同的图像目标来得到多个比较准确的分割阈值,实验结果表明,本文所提出的方法是一个快速而有效的多阈值分割方法。

2 三角级数曲线拟合

2.1 曲线拟合

曲线拟合的实际含义是寻求一个函数 $y=f(x)$,使 $f(x)$ 在某种准则下与所有数据点 $\{(x_i, y_i), (i=1, 2, \dots, n)\}$ 最为接近。设拟合函数 $f(x)$ 可由 $\varphi_0(x), \varphi_1(x), \dots, \varphi_m(x)$ 线性表示,即

$$f(x) = c_0\varphi_0(x) + c_1\varphi_1(x) + \dots + c_m\varphi_m(x)$$

则可通过系数 c_0, c_1, \dots, c_m 来使最小平方误差 δ 达到极小,即求 $f(x)$,使

$$\delta = \sum_{i=1}^n \delta^2 = \sum_{i=1}^n [f(x_i) - y_i]^2 \quad (1)$$

达到最小。

2.2 基于直方图的函数建模

假设图像含有 n 个像素,样本 $f(x_i) (i=1, \dots, n)$ 为第 i 个像素点 x_i 的灰度。可以设函数

$$f(x) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

令 $\omega t = x, \frac{a_0}{2} = A_0, a_n = A_n \sin \varphi_n, b_n = A_n \cos \varphi_n$,则可得以下函数项级数

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (2)$$

设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数,若将函数右端级数逐项积分展开成傅里叶级数,则可得

$$\begin{aligned} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx &= \frac{a_0}{2} \int_{-\pi}^{\pi} dx + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx dx + b_n \int_{-\pi}^{\pi} \sin nx dx \right) \\ &= a_0 \pi \end{aligned}$$

从而可得到

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx \quad (3)$$

同理,若用 $\sin nx$ 乘式(2)两边,再逐项积分,则可得

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx & (n = 0, 1, \dots) \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx & (n = 1, 2, \dots) \end{cases} \quad (4)$$

由式(3)或式(4)确定的 a_0, a_n, b_n 称为函数 $f(x)$ 的傅里叶系数。

2.3 求曲线相邻两拐点处的切线交点

一般直接求解函数 $f(x)$ 的极小值点并不能确定准确的图像分割阈值,而在实际应用中由于函数的拐点具有一定的物理意义,即是两种不同变化情况的交界,也就是物理量之间的突变点,其在拐点处发生了根本变化,通常人们只关心拐点对函数曲线凹凸弧(不同物理量)的分界性^[7]。因此函数 $f(x)$ 的单调降与单调升两个拐点的切线交点即为多目标图像分割的准确阈值。对已知的灰度直方图拟合函数 $f(x)$ 求拐点的方法如下:

令

$$y = f''(x) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = 0 \quad (5)$$

则可得拐点 (x_i, y_i) ,以及根据函数 $f(x)$ 的凹凸性和单调性,可在单调降区间与单调升区间之间,求函数 $f(x)$ 在相邻两拐点 $(x_i, y_i), (x_{i+k}, y_{i+k})$ 处的切线的交点。

$$\begin{cases} y - y_i = f'(x_i)(x - x_i) \\ y - y_{i+k} = f'(x_{i+k})(x - x_{i+k}) \end{cases} \quad (6)$$

解式(6)就可以得到切线交点 (x_n, y_n) 。这个切线的交点即用于图像分割的最优阈值点。

如果使用方法在灰度直方图包络线上找出所有可能的阈值点,那么便可用这些阈值实现图像的分割。但是在灰度直方图包络线“毛刺”较多的情况下,有时为了避免出现伪阈值点,可以先对灰度直方图包络线进行适当的平滑处理。

3 实验结果与结论

利用本文所提出的方法对 400 余幅某种矿石的

不同显微图像分别进行了灰度分割,每幅图最多分割出 5 类灰度目标。

图 2(a)是某矿相原始图像,图 2(b)是该图像的灰度直方图,图 2(d)是使用本文所提出的三角级数方法拟合的灰度直方图的包络线以及求出的阈值点,图 2(c)是使用本文所提出的三角级数拟合求出 4 个阈值后,对图 2(a)进行 5 类目标分割的结果。该方法的分割结果与人工分析的结果基本符合,但是其效率和稳定性是人工方法所不能比拟的。实验中所使用的式(1)或式(2)中的参数 $n = 8$ 。

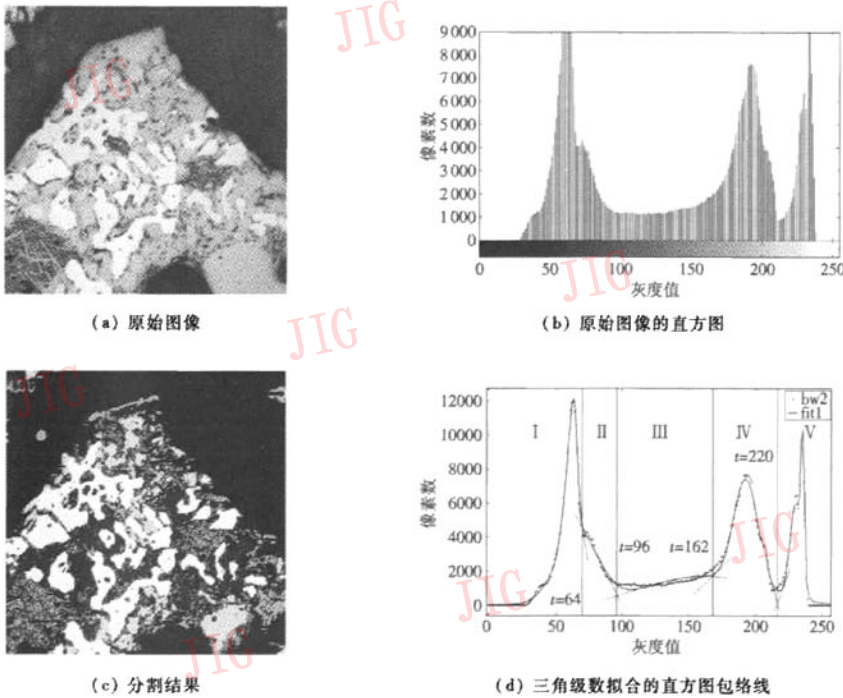


图 2 某矿相样品原始灰度图像及分割结果

Fig.4 The original gray image of an ore and its' segmentation result

实验中又以图 2(a)所示的原始灰度图像为例进行了不同分割方法的对照实验。在式(1)或式(2)所示的表达式中参数 $n = 5$ 的情况下,对图 2(b)所示的灰度直方图包络线分别进行多项式、高斯以及用本文所介绍的三角级数拟合方法得到的对照结果如表 1 所示。从表 1 中可以看出,本文所提出的三角级数方法具有拟合均方误差和最小、相关系数比多项式方法大、计算时间比高斯函数法短的优点。

表 1 几种拟合方法的实验结果比较

Tab.1 Experimental results of some methods

基函数	均方误差和	相关系数	最优阈值	计算时间 (s)
多项式	1.131e+009	0.334 5	95,107	0.53
高斯函数	1.651e+008	0.955 2	72,103,171,226	1.21
三角级数	9.02e+007	0.878 6	64,96,162,220	0.72

通过理论分析和实验验证可以得出以下结论:多项式拟合的方法在图像灰度直方图分布呈线性时比较适用,当图像灰度呈正态分布时用高斯函数法最佳,而三角级数则不论什么情况,在不同视场的显微图像直方图包络线拟合中,均可取得理想的效果,且计算时间较短,特别适用于多目标图像、直方图峰值多或多峰值分布不明显图像的分割。

参考文献 (References)

- 1 MilanSonka, Vaclav Hlavac, Roger Boyle. Image Processing, Analysis, and Machine Vision, A Hai-zhou, Wu Bo Translate. Second Edition, Chinese Version[M]. Beijing: Posts and Telecom Press, 2003; 87 ~ 88. [艾海舟,武勃等译. 图像处理、分析与机器视觉(中文第二版)[M]. 北京:人民邮电出版社, 2003; 87 ~ 88.]
- 2 Pei Ji-hong, Xie Wei-xin. Adaptive multi thresholds image segmentation based on fuzzy restrained histogram FCM clustering [J]. Acta Electronic Sinica, 1999, 27(10): 1999 ~ 2000. [裴继红,谢维信. 直方图模糊约束 FCM 聚类自适应多阈值图像分割 [J]. 电子学报, 1999, 27(10): 1999 ~ 2000.]
- 3 Zhou Dan-ping, Feng Tao, Liu Qi-zhen, et al. Histogram approximation based on expectation maximization algorithm and its application[J]. Journal of Image and Graphics, 2005, 10(11): 1458 ~ 1461. [邹丹平, 冯涛, 刘其真等. 基于 EM 的直方图逼近及其应用[J]. 中国图象图形学报, 2005, 10(11): 1458 ~ 1461.]
- 4 Feng Tian-xiang. The Method of Numerical Value Calculate [M]. Chengdu: Sichuan Science and Technology Press, 2003; 187 ~ 189. [冯天祥. 数值计算方法[M]. 成都: 四川科学技术出版社, 2003; 187 ~ 189.]
- 5 USTC MCM. 曲线拟合向导[EB/OL]. <http://mcm.ustc.edu.cn/download/matlab32.pdf>, 2004; 15 ~ 18.
- 6 Zhang Yu-jing. Transition region and image segmentation[J]. Acta Electronic Sinica, 1996, 24(1): 12 ~ 17. [章毓晋. 过渡区和图像分割[J]. 电子学报, 1996, 24(1): 12 ~ 17.]
- 7 Wu He-hai. Automatic determination of inflection point and its applications [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2003, 31(3): 235 ~ 236. [毋河海. 数字曲线拐点的自动确定[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2003, 31(3): 235 ~ 236.]